

## Comportement du béton au jeune âge Théorie et Mise en œuvre

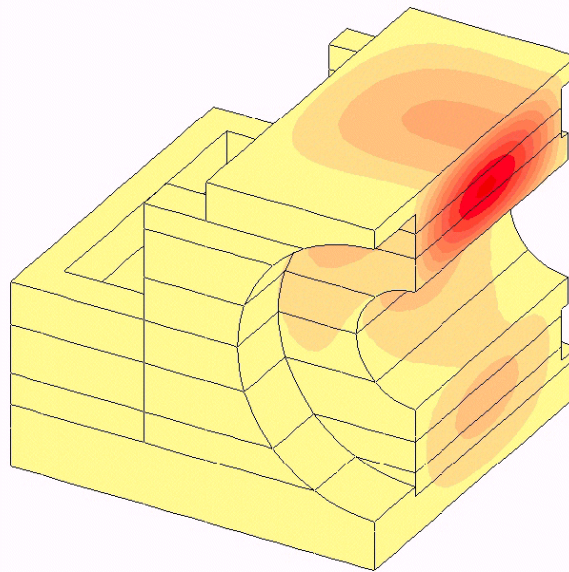


figure 1 : exemple de champ de température (étude itech pour BEC-DRAGADOS-FCC)

### Table des matières

1.	ENJEU DE LA MODELISATION DU BETON AU JEUNE AGE.....	3
2.	MODULE TEXO.....	3
2.1.	Aspects théoriques et expérimentaux.....	3
2.2.	Essai calorimétrique « QAB ».....	4
2.3.	Les conditions aux limites.....	5
3.	MODULE MEXO.....	6
3.1.	Aspects théoriques et expérimentaux.....	6
3.2.	Le durcissement.....	6
3.3.	Coefficient de dilatation/retrait chimique.....	7
4.	RESULTAT D'UN ESSAI CALORIMETRIQUE : « QAB ».....	8
5.	EXEMPLE TEXO-MEXO : PHASAGE DE BETONNAGE, PUIS TRAITEMENT THERMIQUE.....	9
5.1.	Introduction.....	9
5.2.	Quelques résultats des calculs TEXO.....	12
5.3.	Quelques résultats des calculs MEXO.....	15
6.	RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	17



## 1. ENJEU DE LA MODELISATION DU BETON AU JEUNE AGE

La réaction d'hydratation du ciment est une réaction très exothermique. Le durcissement du béton se fait alors avec des élévations de température qui peuvent atteindre 50°C dans les structures massives. De plus, l'hydratation du ciment est une réaction thermo-activée, ce qui signifie que la vitesse à laquelle se fait cette réaction chimique croît avec la température.

Le béton est un matériau vieillissant, ce qui signifie que ses propriétés mécaniques (module d'élasticité, résistance) évoluent en fonction de l'avancement de la réaction d'hydratation du ciment. Un retrait chimique couplé à un retrait capillaire apparaît. Ces différents retraits, lorsqu'ils sont empêchés, et les gradients de température, induisent des contraintes d'une intensité telle qu'elles peuvent être bien supérieures à la résistance en traction du matériau en cours de maturation, et peuvent conduire ainsi à la fissuration. Cette fissuration affecte la durabilité des structures en béton.

C'est pour pouvoir modéliser ces phénomènes que les modules TEXO et MEXO ont été développés. Le module TEXO permet de calculer le champ de température et le champ de degré d'hydratation, exprimant l'état de durcissement du matériau. Ces résultats sont ensuite utilisés dans le module MEXO pour déterminer le champ de déplacements et le champ de contraintes, afin d'aboutir à la prédiction du risque de fissuration au jeune âge.

## 2. MODULE TEXO

### 2.1. Aspects théoriques et expérimentaux

Le module TEXO est principalement un module de calcul qui résout d'une manière simultanée d'une part l'équation de la chaleur :

$$C \frac{dT}{dt} = -\text{div}q + l \frac{d\xi}{dt} \quad (1)$$

avec :  $q = -K \cdot \text{grad}T$

et, d'autre part, la loi cinétique macroscopique d'hydratation précisant l'évolution du degré d'hydratation  $\xi$  :

$$\frac{d\xi}{dt} = \tilde{A}(\xi) \exp\left(-\frac{E_a}{RT}\right) \quad (2)$$

Dans ces expressions :

- C est la capacité calorifique volumique ;
- $K = K1$  est le tenseur de coefficients de conductivité isotrope ;
- $\lambda$  est le coefficient d'échange sur le contour ;
- $T_{\text{imp}}$  est la température imposée de l'extérieure sur le contour ;
- $l > 0$  est la chaleur d'hydratation par unité de degré d'hydratation supposée constante, déterminée dans TEXO à partir d'un essai calorimétrique ;
- $E_a / R$  est la constante d'Arrhenius ;
- $\tilde{A}(\xi)$  est l'affinité normalisée, qui ne dépend que du degré d'hydratation  $\xi$ , et de la composition du béton utilisé. Cette fonction est déterminée dans TEXO à partir d'un essai calorimétrique.

Le module TEXO conduit ainsi la détermination du champ de température et du champ de degré d'hydratation. Il permet la prise en compte des effets d'un traitement thermique tel que l'étuvage, la pose de bâches isolantes ou de résistances chauffantes. Outre ces différentes solutions destinées à minimiser les gradients, ce module, dépendant du temps, permet de mettre en évidence l'influence de la date du décoffrage. Enfin, il est également possible de simuler une reprise de bétonnage sur un béton plus ancien.

## 2.2. Essai calorimétrique « QAB »

L'ensemble des calculs repose sur les résultats de l'essai calorimétrique qui doivent être fournis en données. L'essai consiste à enregistrer, en fonction du temps, la courbe de température d'un échantillon de béton placé dans un calorimètre. La figure 1 montre cette courbe en condition adiabatique ( $-\text{div}\mathbf{q} = 0$ ) pour un béton ordinaire, B25, avec un rapport eau/ciment = 0,6 et pour un béton à hautes performances, B80, avec un rapport e/c = 0,4. Dans le module TEXO, ces résultats servent à échantillonner la fonction  $\tilde{A}(\xi)$ , à partir de :

$$\tilde{A}(\xi) = \frac{1}{T_{\infty} - T_0} \frac{dT^{\text{ad}}(t)}{dt} \exp\left(\frac{E_a}{RT^{\text{ad}}(t)}\right) \quad (3)$$

en fonction du degré d'hydratation, déterminé à partir de :

$$\xi = \frac{T^{\text{ad}}(t) - T_0}{T_{\infty}^{\text{ad}} - T_0} \quad (4)$$

Avec :

- $T^{\text{ad}}(t)$ , histoire de température, mesurée dans l'essai adiabatique,
- $T_0$ , température initiale de l'échantillon,
- $T_{\infty}^{\text{ad}}$ , température asymptotique.

La figure 2 montre les fonctions  $\tilde{A}(\xi)$  (dites "affinité normalisée") pour les deux bétons de la figure 1, déterminées avec le module TEXO. On notera que le pic de la courbe  $\tilde{A}(\xi)$ , qui correspond au point d'inflexion de la courbe  $T^{\text{ad}}(t)$ , augmente avec la diminution du rapport e/c, ce qui provoque une production de chaleur d'hydratation plus importante au jeune âge dans les structures en béton à hautes performances. L'affinité normalisée  $\tilde{A}(\xi)$  permet ainsi de caractériser d'une manière intrinsèque la cinétique macroscopique d'hydratation du béton utilisé. Elle intervient au travers de la loi cinétique (2) dans l'équation de la chaleur (1a) comme terme de source volumique de chaleur  $l d\xi / dt$  dû à l'exothermie de la réaction d'hydratation, avec :

$$l = C(T_{\infty}^{\text{ad}} - T_0) > 0 \quad (5)$$

$l$  étant la chaleur d'hydratation par unité de degré d'hydratation.

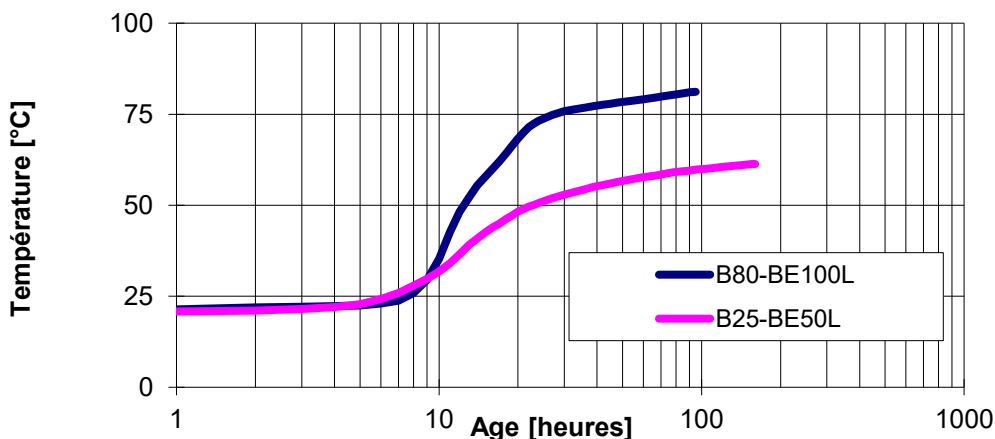


figure 2 : Histoires de température  $T^{\text{ad}}(t)$  mesurées dans un essai adiabatique pour un béton ordinaire (B25) et pour un béton à hautes performances (B80).

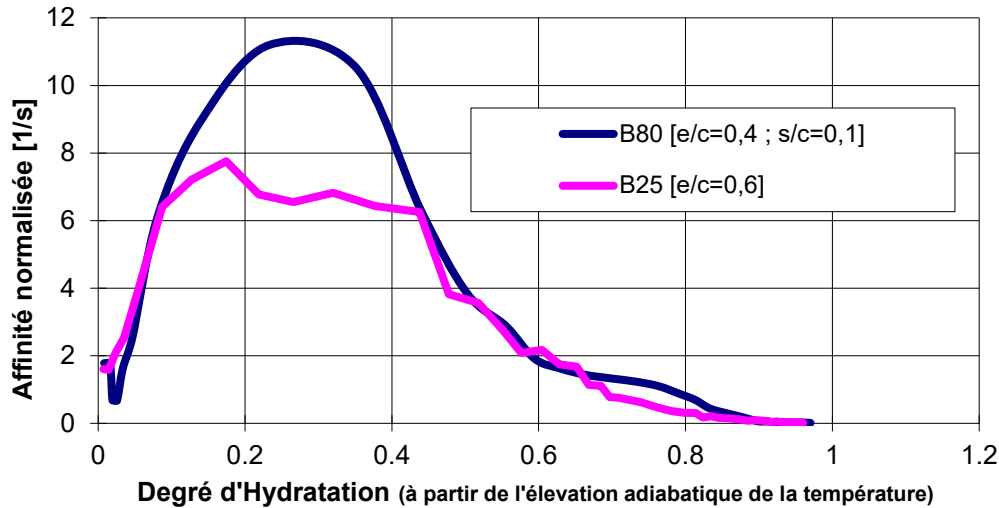


figure 3 : Fonctions  $\tilde{A}(\xi)$  déterminées avec le module TEXO pour un béton ordinaire (B25) et pour un béton à hautes performances (B80) ( $E_a / R = 4000 \text{ K}$ )

### 2.3. Les conditions aux limites

A travers la méthode des éléments finis, on peut distinguer d'une manière générale deux types de conditions aux limites : flux imposé ou température imposée

#### Type 1 : Flux imposé (échange linéaire) :

Les conditions aux limites de type « flux imposé » avec TEXO sont notamment celles associées à une condition d'échange linéaire. Elles permettent de prendre en compte les pertes de chaleur à travers des coffrages, par une surface libre, etc. Ce type de condition est de la forme :

$$q \cdot n = \lambda(T - T_{\text{imp}}) = \lambda(\theta - \theta_{\text{imp}}(t)) \quad (6a)$$

où  $\lambda$  est le coefficient d'échange sur le contour où est imposée la température  $\theta_{\text{imp}}(t) = T_{\text{imp}}(t) - T_0$ , avec  $T_0$  température initiale.

#### Type 2 : Température imposée :

Les conditions aux limites de type « température imposée » permettent d'imposer une (ou plusieurs) histoires de température connues à un ou plusieurs nœud du maillage (cas de tubes de refroidissement). Ces conditions sont de la forme :

$$\theta(x, t_i) = \theta_{\text{imp}}^i(x, t)$$

Enfin, il est également possible de transformer à tout pas de temps une condition limite de type (2), "température imposée", en une condition limite de type (1), "flux imposé", et vice-versa.

#### Initialisation du champ de température :

En plus des conditions aux limites de type 1 et 2, l'exécution du module TEXO nécessite d'initialiser le champ de température, tel que :

$$\theta(x, t = 0) = \theta_0(x) \quad (6b)$$

Il est prévu à cet effet dans le jeu de donnée du module TEXO, une option qui permet d'initialiser les valeurs nodales de la température à partir de valeurs quelconques, éventuellement lues sur fichier, ou de les initialiser à partir d'un précédent passage dans le module DTLI (solution d'un régime permanent) ou dans le module TEXO lui-même (construction par phase). Si l'option d'initialisation n'est pas utilisée, le code de calcul CESAR initialise les températures nodales à 0°C.

### 3. MODULE MEXO

#### 3.1. Aspects théoriques et expérimentaux

Le module MEXO est principalement un module de résolution mécanique élastique incrémentale avec des conditions aux limites en déplacement (et éventuellement du chargement), dans lequel on prend en compte la dilatation et le retrait d'origine thermique et chimique.

A la suite d'un calcul avec le module TEXO, à l'aide du module MEXO, on peut :

- déterminer les effets mécaniques (déplacements, contraintes) de l'évolution de la température et du degré d'hydratation dans les structures en béton au jeune âge
- prédire le risque de la fissuration.

Notons que  $d\boldsymbol{\varepsilon} = d\mathbf{e} + d\boldsymbol{\varepsilon}/3\mathbf{I}$  est le tenseur incrément de déformations. La loi de comportement utilisée pour le béton au jeune âge s'écrit sous forme incrémentale :

$$d\boldsymbol{\sigma} = \frac{E(\xi)}{1+\nu}d\mathbf{e} + \frac{E(\xi)}{3(1-2\nu)}(d\boldsymbol{\varepsilon} - 3\alpha dT - 3\beta d\xi)\mathbf{I} \quad (7)$$

où :

- $E(\xi)$  est le module d'élasticité qui dépend du degré d'hydratation (durcissement), et du module d'Young du matériau durci ;
- $\nu$  est le coefficient de Poisson du béton, supposé constant ;
- $\alpha$  est le coefficient de dilatation linéique du béton, supposé constant ;
- $\beta$  est le coefficient de dilatation / retrait chimique du béton, supposé constant.

#### 3.2. Le durcissement

Pour l'évolution du module  $E(\xi)$ , la loi de Byfors a été adaptée pour MEXO, et mise sous la forme :

$$E(\xi) = E(\infty)f(\xi) \quad (8a)$$

avec :

$$f(\xi) = \frac{1 + 1,37R_c(\infty)^{2,204}}{1 + 1,37R_c(\xi)^{2,204}} \left( \frac{R_c(\xi)}{R_c(\infty)} \right)^{2,675} \quad (8b)$$

$$R_c(\infty) = \left( \frac{E(\infty)}{7250} \right)^{\frac{1}{0,471}} \quad (8c)$$

où :

- $E(\infty)$  [en MPa] est le module d'Young du matériau durci ;
- $R_c(\infty)$  [en MPa] est la résistance en compression du matériau durci, et  $R_c(\xi)$  son évolution en fonction du degré d'hydratation.

Pour cela, une relation bilinéaire est utilisée, telle que :

$$R_c(\xi) = \begin{cases} \xi R_{c0} & \text{si } \xi \leq \xi_0 \quad \text{avec: } R_{c0} = \xi_0 R_c(\infty) / 10 \\ (R_c(\infty) - R_{c0}) \frac{\xi - \xi_0}{1 - \xi_0} + R_{c0} & \text{si } \xi > \xi_0 \end{cases} \quad (9)$$

où  $\xi_0$  est le seuil du matériau durci, c'est-à-dire le degré d'hydratation à partir duquel le matériau peut être considéré comme un matériau solide.

L'utilisation de la loi de Byfors sous la forme (8a-c) et (9) réduit les données nécessaires pour la modélisation du durcissement à :

- $E(\infty)$  : module d'Young du matériau durci ;
- $\xi_0$  : seuil du matériau durci (= degré d'hydratation au moment de la prise).

La figure 3 montre l'évolution du module d'Young en fonction du degré d'hydratation pour un béton ordinaire, BO, et un béton à hautes performances, BHP, déterminé avec la loi de Byfors et comparé avec les valeurs expérimentales.

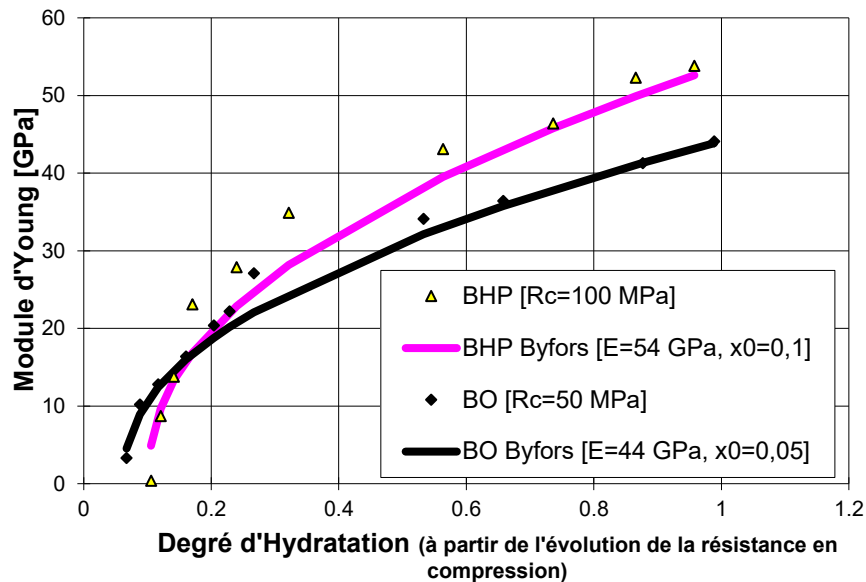


figure 4 : Evolution au jeune âge du module d'Young d'après les valeurs expérimentales de Laplante (1993) et d'après la loi de Byfors utilisée dans MEXO, pour un béton ordinaire, BO, (e/c = 0,5) et pour un béton à hautes performances, BHP, (e/c = 0,3 ; s/c = 0,1).

### 3.3. Coefficient de dilatation/retrait chimique

En notant  $d\sigma = d\sigma_s + d\sigma_I$ , l'équation (7) s'inverse de la façon suivante :

$$d\varepsilon = \left( \frac{1+\nu}{E(\xi)} d\sigma_s + \frac{1-2\nu}{E(\xi)} d\sigma_I \right) + \alpha dT + \beta d\xi$$

On identifie  $d\varepsilon = \beta d\xi$  comme la déformation incrémentale provoquée par l'unité de degré d'hydratation  $d\xi$ , et  $\beta$  comme le coefficient de dilatation chimique.  $\beta$  est positif dans le cas d'un gonflement chimique libre et isotherme, et négatif dans le cas d'un retrait.

Pour le béton au jeune âge, c'est au travers de ce coefficient qu'on prend en compte le retrait endogène dans MEXO. Ce coefficient est éventuellement non-constant comme illustré sur la figure 4, qui montre l'évolution du retrait endogène en fonction du degré d'hydratation pour les deux bétons de la figure 3. Dans une première approche, ce coefficient est supposé constant dans MEXO. Il coïncide donc avec le retrait endogène total

enregistré pour un béton. Ceci conduit, pour des valeurs faibles du degré d'hydratation, à surestimer ce retrait endogène.

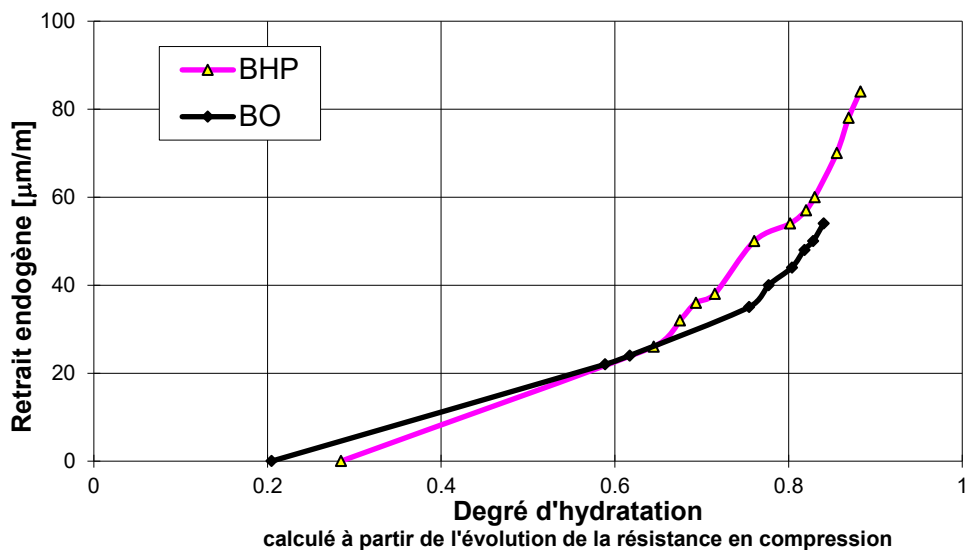


figure 5 : Evolution du retrait endogène, pour un béton ordinaire, BO, ( $e/c = 0,5$ ) et pour un béton à hautes performances, BHP, ( $e/c = 0,3$  ;  $s/c = 0,1$ ) [valeurs expérimentales d'après Laplante, (1993)].

#### 4. RESULTAT D'UN ESSAI CALORIMETRIQUE : « QAB »

Une donnée essentielle pour le calcul avec le module TEXO est le résultat d'un essai calorimétrique (cf. §2.2). Les données d'un essai calorimétrique pour TEXO sont :

- l'histoire de température  $\theta(t)$  de l'échantillon [en °C] ;
- l'histoire de température  $\theta^{ext}(t)$  à l'extérieur du calorimètre [en °C] ;
- les coefficients d'étalonnage des pertes du calorimètre utilisé : A, B, C ;
- la capacité calorifique volumique de l'échantillon :  $CM=C$  ;
- la constante d'Arrhenius :  $XK= E_a/R$  .

##### Essai parfaitement adiabatique

Dans le cas d'un essai parfaitement adiabatique (sans pertes de chaleur du calorimètre), la température à l'extérieur du calorimètre est égale à la température initiale de l'échantillon extérieur,  $\theta^{ext}(t) = \theta(o) = cste$ . En plus, pour les coefficients d'étalonnage des pertes du calorimètre utilisé, on utilisera :  $A = 0$ ,  $B = 0$ ,  $C = 1$ .

##### Essai dit « quasi-adiabatique » (QAB)

Dans le cas d'un essai quasi-adiabatique avec des pertes du calorimètre, les histoires de température de l'échantillon,  $\theta(t)$ , et de température extérieure,  $\theta^{ext}(t)$ , sont mesurées. Les coefficients d'étalonnage des pertes du calorimètre utilisé A, B, C, sont fournis avec le résultat de l'essai.

##### Capacité calorifique de l'échantillon

Le paramètre CM correspond à la capacité calorifique volumique C de l'échantillon (c'est-à-dire du béton utilisé); on utilisera celle précisée dans le tableau II, tout en respectant les unités utilisées dans le calcul.

##### Constante d'Arrhenius

Le paramètre XK représente la constante d'Arrhenius  $E_a/R$ . En l'absence d'informations plus précises, prendre une valeur de  $XK=E_a/R = 4000$  K. Toutefois, elle peut varier de 4000 à 7000, notamment au très jeune âge.



## 5. EXEMPLE TEXO-MEXO : PHASAGE DE BETONNAGE, PUIS TRAITEMENT THERMIQUE

### 5.1. Introduction

Cet exemple simule un phasage de bétonnage (deux phases) puis un traitement thermique (figure 6). Cette modélisation va nécessiter l'enchaînement de trois calculs :

1<sup>er</sup> calcul : 1<sup>ère</sup> phase de bétonnage, on coule le premier massif et on décoffre à 12 h.

2<sup>ème</sup> calcul : 2<sup>ème</sup> phase de bétonnage, on coule un deuxième massif de part et d'autre du premier massif de béton. Les deux parties du deuxième massif sont également décoffrées à 12 heures.

3<sup>ème</sup> calcul : pour lutter contre les conséquences des gradients thermiques, on souffle de l'air chaud à 30°C sur toutes les surfaces extérieures du béton décoffré pendant 14,5 jours.

La géométrie du problème (figure 5) possède une symétrie d'axe Oy que respectent également l'évolution des caractéristiques des matériaux, les conditions aux limites et le chargement. On se contente donc de ne modéliser que la moitié de l'ouvrage (figures 7).

Le maillage finalement réalisé est représenté sur la figure 8. Les groupes de matériaux et de conditions d'échanges y sont représentés.

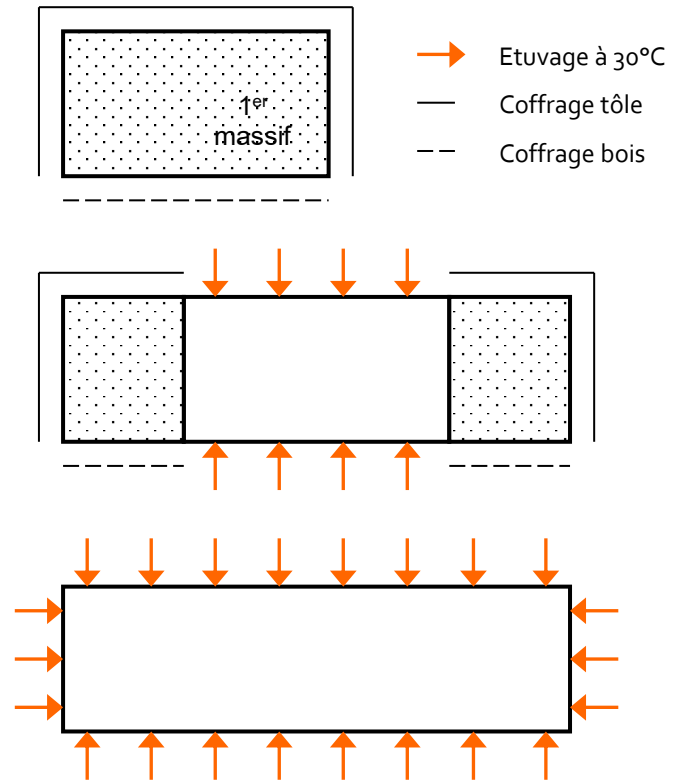


figure 6: Problème traité - Géométrie

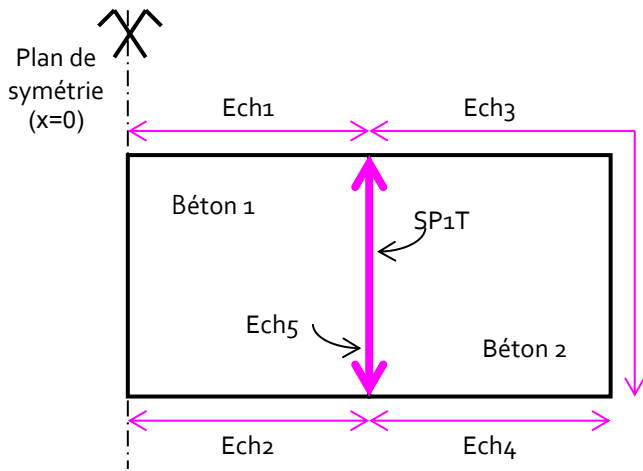


figure 7a : Modélisation TEXO

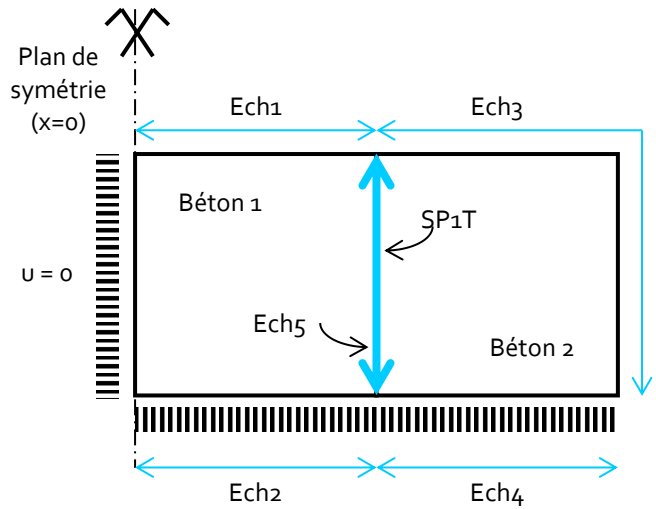


figure 7b : Modélisation MEXO

Tableau I : Évolution des caractéristiques des différents groupes d'éléments pour les calculs TEXO (Unités : [m, kJ, h])

N°	Nom	1 <sup>er</sup> calcul	2 <sup>ème</sup> calcul	3 <sup>ème</sup> calcul
1	Béton 1	AKX = 6. AKY = 6. AKXY = 0. CC = 2400.	→	→
4	Béton 2	idem Béton 1	→	→
2	Echange : Ech1	ECH = 15.	ECH = 34. <sup>1</sup>	→
3	Echange : Ech 2	ECH = 12.	ECH = 34.	→
5	Echange : Ech 3	ECH = 0.0	ECH = 15.	ECH = 34.
6	Echange : Ech 4	ECH = 0.0	ECH = 12.	ECH = 34.
8	Echange : Ech 5	ECH = 15.	ECH = 0.	→
7	Éléments spéciaux : SP1T	K = [ 0 ]	$K = \begin{bmatrix} 10^9 & -10^9 \\ & 10^9 \end{bmatrix}$	→

Le symbole → indique que les caractéristiques du groupe ne changent pas par rapport au calcul précédent.

<sup>1</sup> ECH = 34. correspond à une surface libre à l'air chaud soufflé

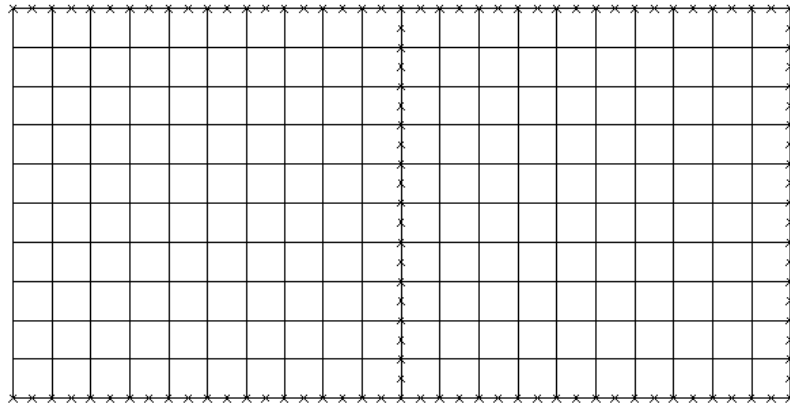


figure 8 : vue du maillage

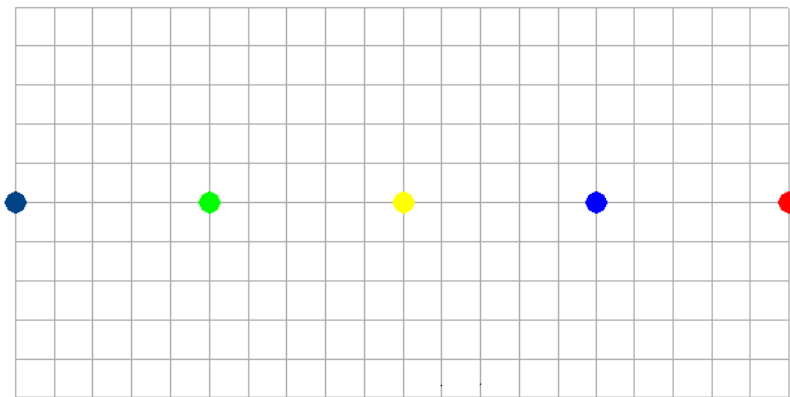


figure 9 : Situation des points suivis pour l'analyse des phases de calcul

## 5.2. Quelques résultats des calculs TEXO

### Phase 1

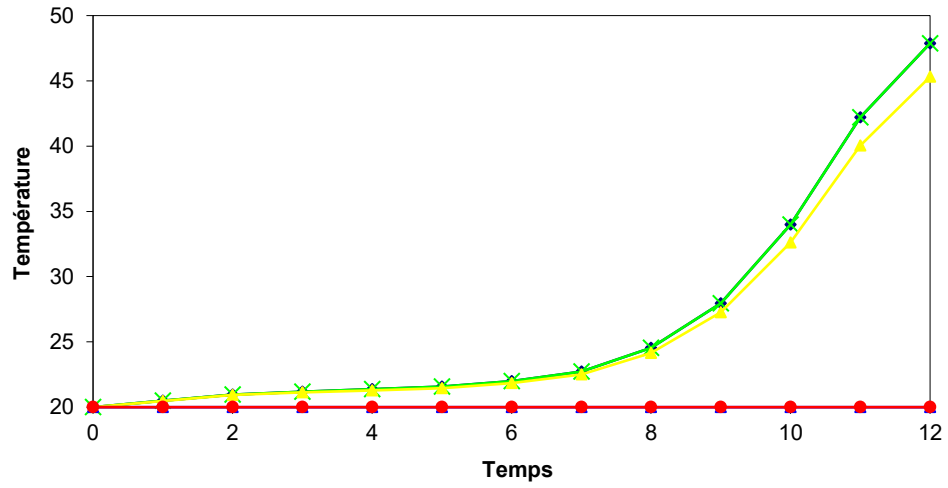


figure 9 : Evolution de la température au cours de la phase 1

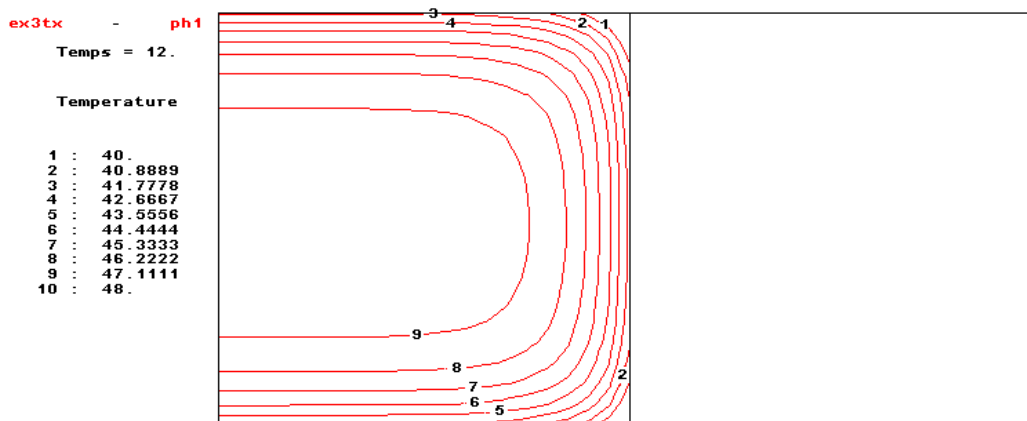


figure 10 : Courbes d'isovaleurs de température à t=12h

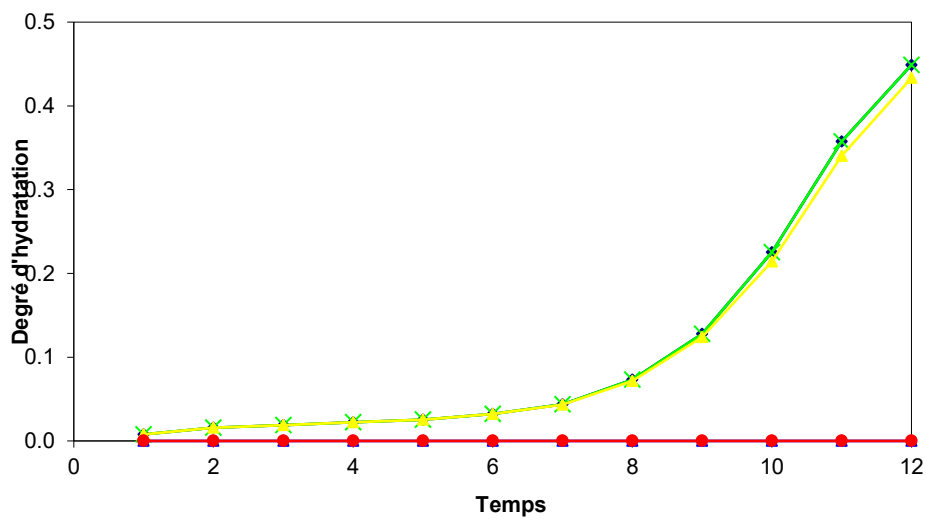


figure 11 : Evolution du degré d'hydratation au cours de la phase 1

Phase 2

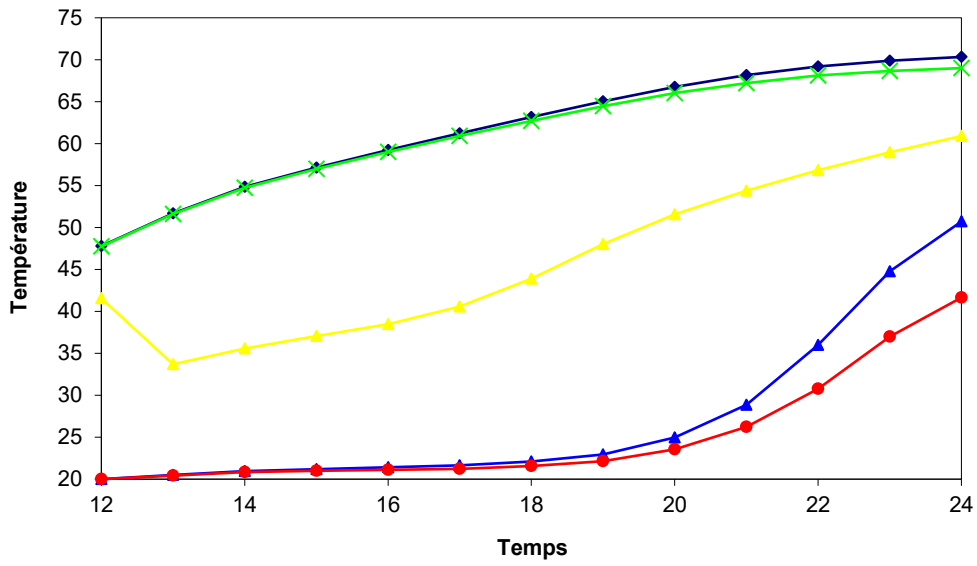


figure 12 :Evolution de la température au cours de la phase 2

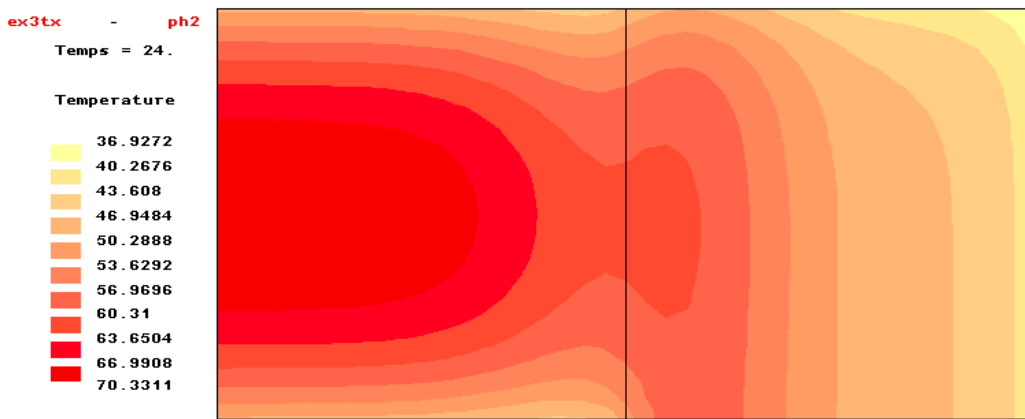


figure 13 : Zones d'isovaleurs de température dans la pièce au temps t=24h

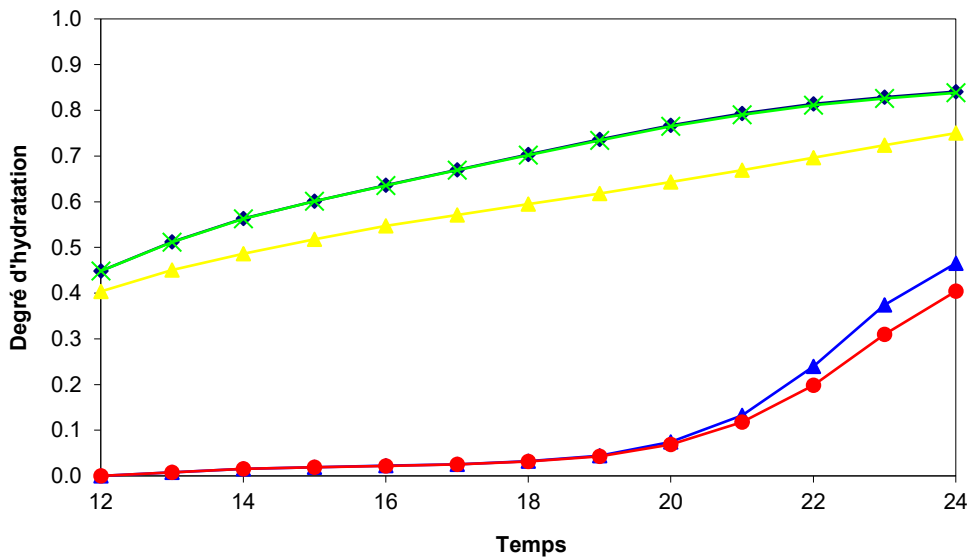


figure 14 : Evolution du degré d'hydratation au cours de la phase 2

Phase 3

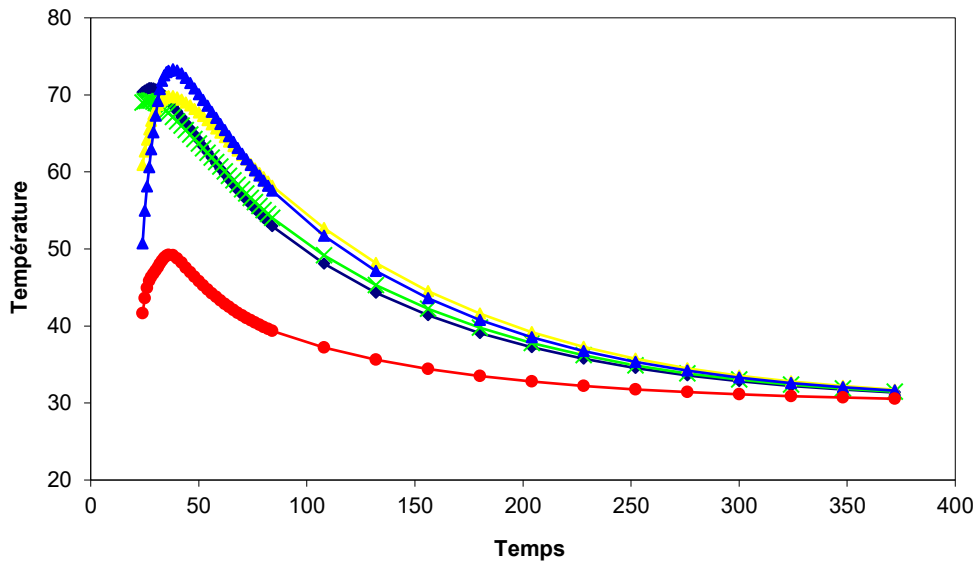


figure 15 : Evolution de la température au cours de la phase 3

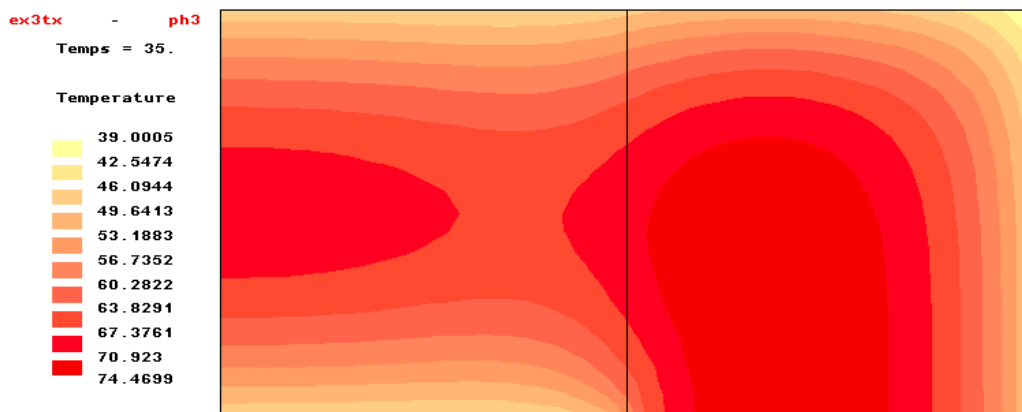


figure 16 : Zones d'isovaleurs de température dans la pièce au temps t=35h

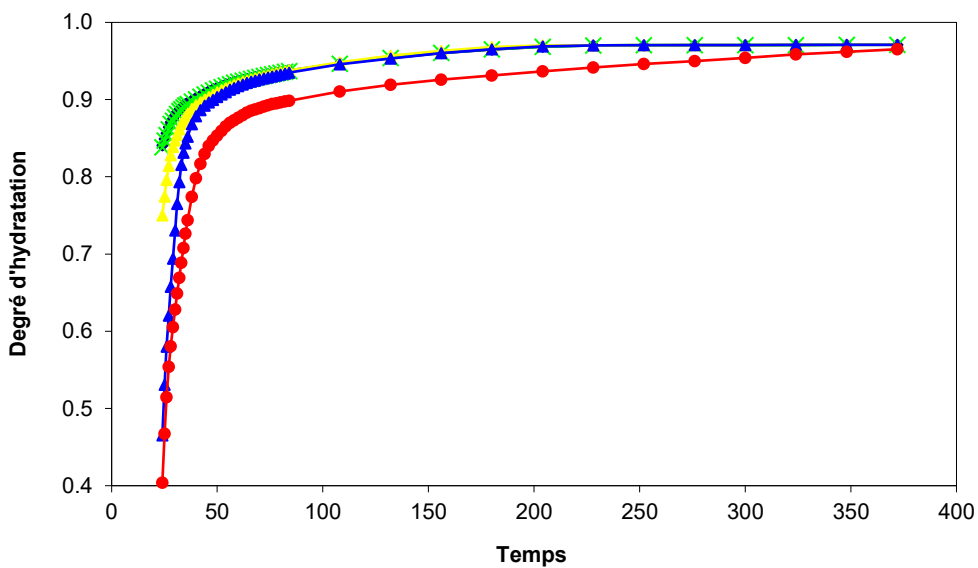


figure 17 : Evolution du degré d'hydratation au cours de la phase 3

### 5.3. Quelques résultats des calculs MEXO

#### Phase 1

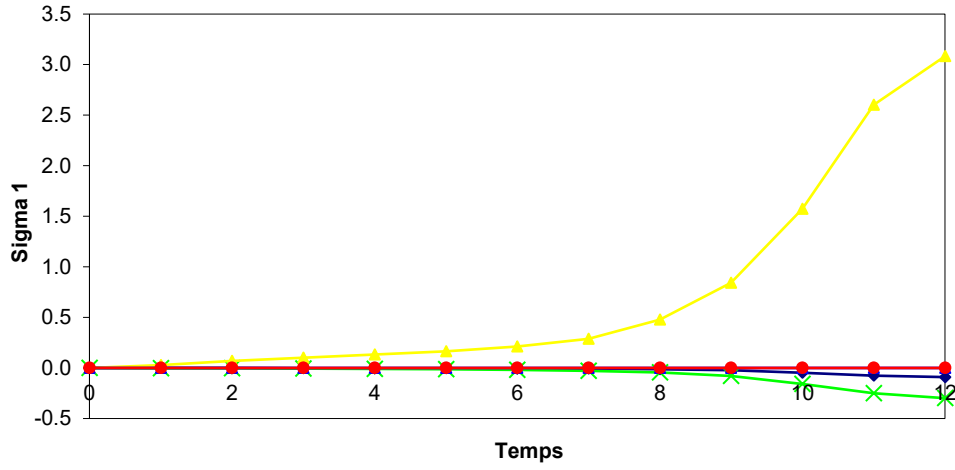


figure 18 : Evolution de la contrainte principale au cours de la phase 1

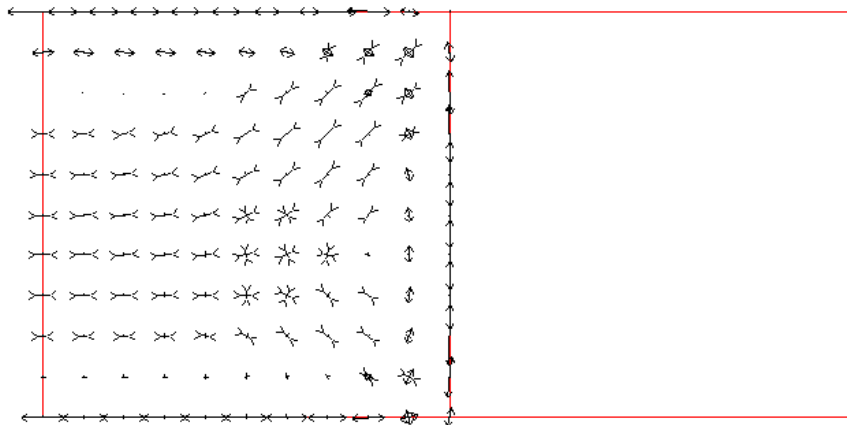


figure 19 : Champ des contraintes principales S1 dans la pièce à t=12h

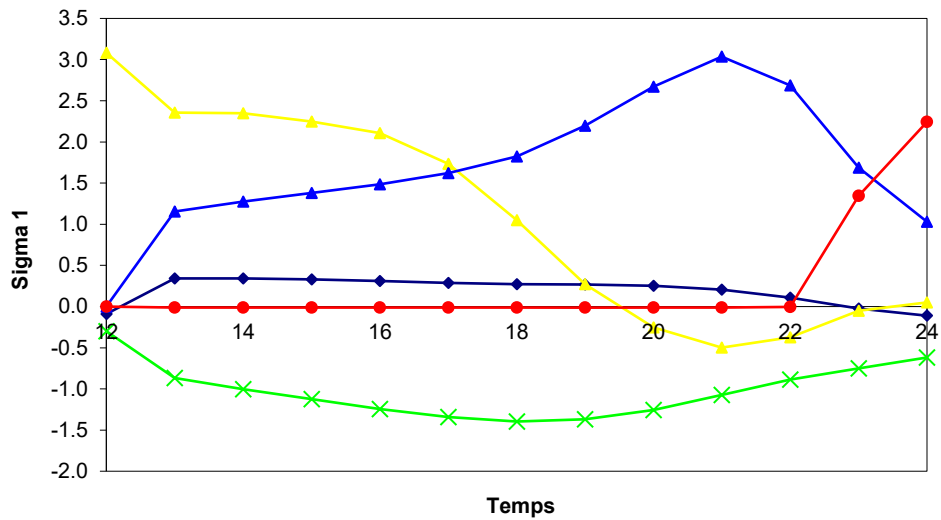


figure 20 : Evolution de la contrainte principale au cours de la phase 2

Phase 2

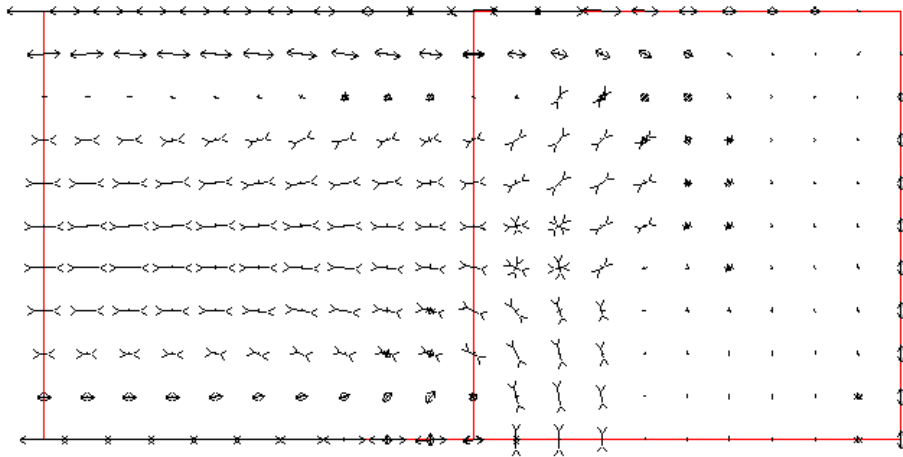


figure 21 : Champ des contraintes principales S1 dans la pièce à t=24h

Phase 3

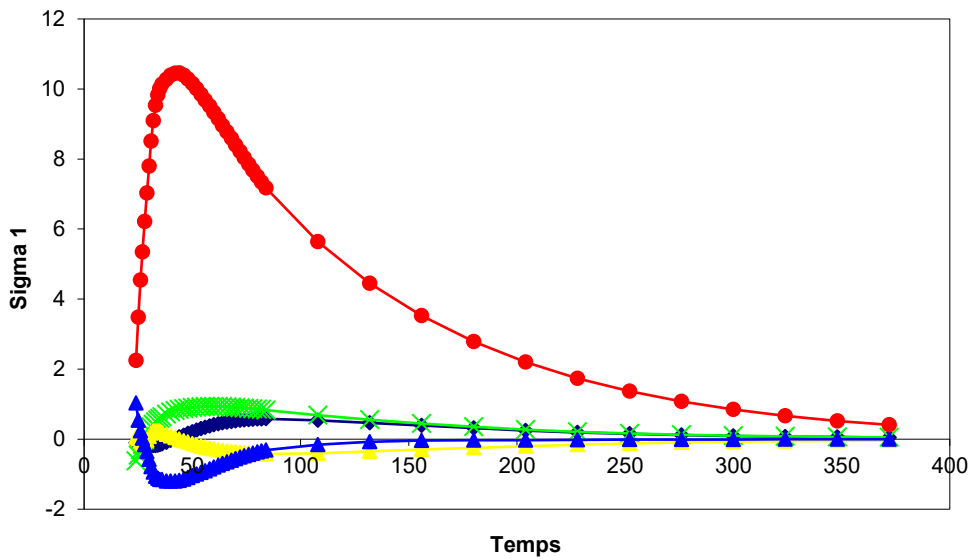


figure 22 : Evolution de la contrainte principale au cours de la phase 3

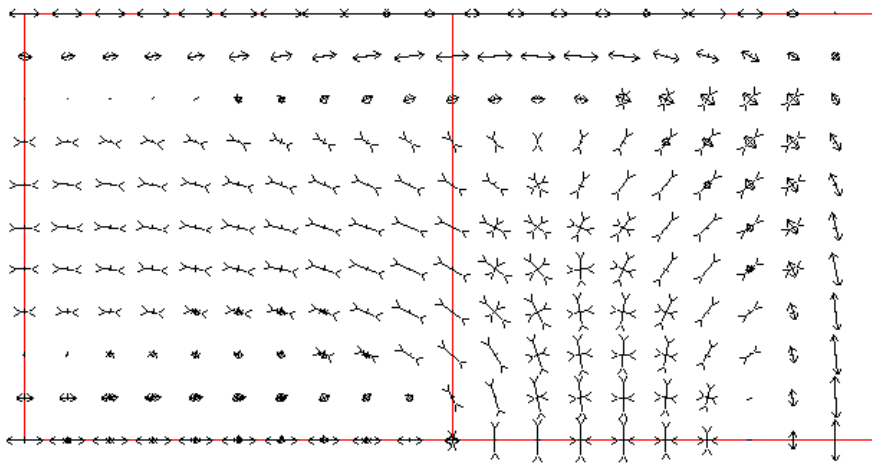


figure 23 : Champ des contraintes principales S1 dans la pièce à t=35h



## 6. RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

ACKER P., PIAU J.M., RADOUANT I. (1987)

« *Modelling Thermal and Hygrometric Effects in Concrete* »

IABSE Colloquium, Delft, pp. 285-292.

de LARRARD F., ITHURRALDE G., ACKER P., CHAUVEL D. (1990)

« *High performance concrete for a nuclear containment* »

2nd International Conference on Utilization of High Strength Concrete, Berkeley

ACI SP 121-28.

ITHURRALDE G., de LARRARD F., NECTOUX J. (1991)

« *Bétons à hautes performances pour l'étanchéité des structures en béton - Expérimentation* »

Annales de l'ITBTP, n° 502, mars-avril 1992, pp 77-115.

LAPLANTE P. (1993)

« *Propriétés mécaniques des bétons durcissants : analyse comparée des bétons classiques et à très hautes performances* »

Collection Études et Recherches des Laboratoires des Ponts et Chaussées, série Ouvrages d'Art, référence OA13, Décembre 1993, 300 pages, ISBN 2-7208-2300-3

TORRENTI J.M., PATIES C., PIAU J.M., ACKER P., de LARRARD F. (1992)

« *La simulation numérique des effets de l'hydratation du béton* »

Colloque StruCoMe, Paris, 12 pages.

ULM F.J., COUSSY O. (1995a)

« *Modeling of thermochemomechanical couplings of concrete at early age* »

Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol. 121, N° 7, pp. 785-794.

ULM F.J., COUSSY O. (1995b)

« *Strength growth on chemo-plastic hardening in early age concrete* »

Journal of Engineering Mechanics, ASCE, vol. 122, n°12, Dec. 1996, pp. 1123-1131.

DIDRY O., GRAY M.N., Cournut A., and GRAHAM J. (2000)

« *Modelling the early age behaviour of a low heat concrete bulkhead sealing an underground tunnel.* »

Can. J. Civ. Eng./Rev. Can. Génie Civ., Vol. 27(1), pp. 112-125 (2000)

Edité par itech, votre interlocuteur technico-commercial.



8 quai Bir Hakeim

F-94410 SAINT-MAURICE

Tél. : +33 1 49 76 12 59

[cesar-lcpc@itech-soft.com](mailto:cesar-lcpc@itech-soft.com)

[www.cesar-lcpc.com](http://www.cesar-lcpc.com)

© itech - 2024